Leçon 204 : Connexité. Exemples d'applications.

1 Espaces connexes (Gourdon)

1.1 Définitions/caractérisations

- Caractérisation + définition de la connexité + exemples
- Caractérisation avec les applications continues dans $\{0, 1\}$

1.2 Propriétés

- Image continue d'un connexe est connexe
- Propriété sur l'adhérence, l'intersection, produit

1.3 Cas de $\mathbb{R}$

- Parties connexes de $\mathbb{R}$ sont les intervalles
- Image d'un intervalle par continue est un intervalle

2 Connexité par arcs et composantes connexes (Gourdon)

2.1 Connexité par arcs

- Définition chemin + Connexité par arcs
- Connexe par arcs implique connexe (exemple/contre-exemple)
- Remarques sur l'intérêt pratique de la notion
- Les deux notions coïncident sur les ouverts des Evn
- Dév 1 : Surjectivité exponentielle matricielle

2.2 Composantes connexes

- Définition de la relation d'équivalence
- Définition d'une composante connexe
- Connexe ssi une seule composante connexe
- Composante toujours fermée
- Les ouverts de $\mathbb{R}$ sont des réunions dénombrables...

3 Utilisation de la notion de connexité

3.1 En analyse réelle (Gourdon)

- TVI
- Toute fonction dérivée vérifie le le TVI
- Caractérisation des fonctions constantes dérivables sur un connexe
- Les polynôme de degré impairs admettent une racine

3.2 Étude de suites (Gourdon)

- Rappels sur les valeurs d'adhérence d'une suite
- Dév 2 : Lemme de la grenouille

3.3 Holomorphie (Quéffélec)

- Prolongement analytique + condition suffisante d'égalité de deux fonctions holomorphes
- Zéros isolés + l'ensemble des fonctions holomorphes est intègre

3.4 Groupes matriciels (FGN)

- Définition groupe topologiques + exemples
- Les retournements engendre $SO_3(\mathbb{R})$
- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple